سلم تصحيح مادة الفيزياء الرياضيات
لطلاب السنة الثالثة رياضيات — الدورة الصيفية ٢٠١٦.

السؤال الأول (٢٥ درجة)

أ -

- دعوى ستوكس: $$\alpha = \oint_C \vec{A}\cdot d\vec{l} = \iint_S rot\,\vec{A}\cdot d\vec{s}$$

- دعوى غوص: $$\Phi = \oiint_S \vec{E}\cdot d\vec{s} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_i q_i + \frac{1}{2\varepsilon_0}\sum_s q_s$$

- توزع جبس: $$P_i = \frac{e^{-\frac{E_i}{kT}}}{\int e^{-\frac{E_i}{kT}}} \cdot P_i = \frac{e^{-\frac{E_i}{kT}}}{Z}, \quad P_i = e^{\frac{F-E_i}{kT}}$$

مؤثر الازدواجية: $$\hat{\Pi}\,\psi(x) = \psi(-x)$$

المؤثر الهرميتي: $$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi_1^* \hat{A}\,\psi_2\, dx = \int_{-\infty}^{+\infty} (A\psi_1)^* \psi_2\, dx$$

١٥

ب - نكتب قانون كولون في الجملة السغثية والجملة الدولية.

$$F = \frac{q_1 q_2}{r^2} = \frac{3\times10^9 \times 3\times10^9}{(100)^2} = 9\times10^{14}\ dyn.$$

ومنه نجد $F = 9\times10^9\ N$.

وبالتعويض عن ذلك في الجملة الدولية

$$F = 9\times10^9 = \frac{q_1\times q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \Rightarrow$$

$$\varepsilon_0 = \frac{q_1 q_2}{4\pi F r^2} = \frac{1\times1}{4\pi\times9\times10^9\times(1)^2} = 8,85\times10^{-12}$$

وواحدة السماحية $$\varepsilon_0 = \frac{q_1 q_2}{4\pi F r^2}$$

$$\varepsilon_0 = \frac{coul^2}{N.m^2} = \frac{coul^2}{joul.m} = \frac{coul}{Volt.m} = \frac{Farad}{m}$$

Scanned by CamScanner

السؤال الثاني (25 درجة)

عندما يهتز الجزيء حول مبدأ الإحداثيات تحت تأثير قوة شبه مرنة تكون القوة هذه مساوية

$$F = -\alpha q$$

ومن خلال قانون نيوتن الثاني $F = ma$ يكون لدينا في الهزاز التوافقي

$$ma = -\alpha q \Rightarrow m x'' + \alpha x = 0 \Rightarrow$$

★ $$x'' + \frac{\alpha}{m} x = 0$$

إن التابعين $\sin\omega t$, $\cos\omega t$ هي عبارة عن حلين للمعادلة التفاضلية

$$x'' + \omega^2 x = 0$$

وبالمقارنة نجد أن $\omega^2 = \frac{\alpha}{m}$ أو $\omega = \sqrt{\frac{\alpha}{m}}$

إذن عند مكاملة العلاقة ★ نحصل على

$$x = A\sin(\omega t + \alpha)$$

وبالتالي يكون الدفع $P = m\omega A\cos(\omega t + \alpha)$

وإن $\omega = \sqrt{\frac{\alpha}{m}} = 2\pi\nu$

لإيجاد مسار الحركة نربع العلاقتين (x و P) ونجمعهما فنحصل على

$$\left(\frac{q^2}{A}\right)^2 + \left(\frac{P}{m\omega A}\right)^2 = 1$$

وهي معادلة قطع ناقص (إهليلجي) أنصاف أقطاره $a = A$ و $b = m\omega A$.

ومساحة هذا الإهليلج هي

$$S = \int P\,dq = \pi a\cdot b = \pi m\omega A^2$$

وبالتالي طاقة الهزاز هي:

$$E = \frac{P^2}{2m} + \frac{1}{2}\alpha x^2 = \frac{\alpha}{2}A^2$$ (من معادلة المسار)

وبالتالي فإنه بتعويض قيمة (S - قيمة المساحة).

$$\varepsilon = \frac{S\alpha}{2\pi m\omega} = \nu\oint P\,dq$$

$$\varepsilon = \frac{\alpha}{2}\left(\frac{S}{\pi m\omega}\right) = \frac{\alpha\int P\,dq}{2\pi m\omega} = \frac{m\omega^2\int P\,dq}{2\pi m\omega} \Rightarrow$$

$$\varepsilon = \frac{\omega\int P\,dq}{2\pi} = \nu\int P\,dq$$

Scanned by CamScanner

السؤال الثالث (25 درجة)

- أ

$$\left(\frac{d^2}{dx^2}-x^2\right)e^{-\frac{x^2}{2}} = \frac{d^2}{dx^2}e^{-\frac{x^2}{2}} - x^2 e^{-\frac{x^2}{2}} =$$

$$= \frac{d}{dx}\left(-x e^{-\frac{x^2}{2}}\right) - x^2 e^{-\frac{x^2}{2}} = -e^{-\frac{x^2}{2}} + x^2 e^{-\frac{x^2}{2}} - x^2 e^{-\frac{x^2}{2}}$$

$$= -e^{-\frac{x^2}{2}}$$

وبالتالي فهي دالة ذاتية.

ب - لنبدأ أولاً بالمؤثر التبادلي

$$[\hat{x},\hat{H}] = \hat{x}\hat{H}\psi - \hat{H}\hat{x}\psi =$$

$$-\frac{h^2 x}{2m}\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{1}{2}kx^3\psi - \left[-\frac{h^2}{2m}\frac{d^2(\psi x)}{dx^2} + \frac{1}{2}kx^3\psi\right]$$

$$= -\frac{h^2}{2m} + \frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{1}{2}kx^3\psi + \frac{h^2}{2m}\left(x\frac{d^2\psi}{dx^2} + 2\frac{d\psi}{dx}\right) - \frac{1}{2}kx^3\psi$$ و

$$[\hat{x},\hat{H}]\psi = \frac{h^2}{m}\frac{d\psi}{dx}$$ و

$$\frac{1}{i\hbar}[\hat{x}\,\hat{H}]\psi = -\frac{1}{m}ih\frac{\partial\psi}{\partial x} = \frac{\hat{p}\psi}{m}$$ وباستعمال تعريف مؤثر الزخم ومعرفتنا لمؤثر السرعة

$\hat{p} = m\hat{v}$ يكون

$$\frac{1}{\hbar}[\hat{x},\hat{H}] = \hat{v}$$

Scanned by CamScanner

السؤال الرابع (25 درجة)

لنحسب الحقل المغناطيسي المتولد في النقطة P الواقعة على محورها.

نأخذ طولاً عنصرياً dx من الوشيعة يبعد مسافة x على المحور xx' عن النقطة P. ويكون عدد اللفات الموجودة في هذا الطول هي $n.dx$ وباعتبار أن الحلقات هذه ملحوظة من النقطة P ضمن نفس الزاوية α وبالتالي فإن الحقل الناتج عن التيار المار في هذه الحلقات يساوي جداء الحقل المتولد عن حلقة واحدة مضروباً بعدد الحلقات. وأن الحقل الناتج عن حلقة واحدة

$$dB = \frac{\mu_0 I}{2} \cdot \frac{R \sin\alpha}{r^2} \cdot \frac{N}{L} dx$$

ومن الشكل نجد:

$$dx = -R \frac{d\alpha}{\sin^2\alpha} \quad \text{ومنه} \quad tg\alpha = \frac{R}{x} \Rightarrow x = \frac{R}{tg\alpha}$$

وأيضاً

$$\sin\alpha = \frac{R}{r} \Rightarrow r = \frac{R}{\sin\alpha} .$$

وبالتعويض عن dx و r مباشرة نحصل على العلاقة:

$$dB = -\frac{\mu_0 I}{2} \frac{N}{L} \sin\alpha \, d\alpha$$

وبإجراء التكامل بين θ_1 و θ_2 نحصل على قيمة الحقل التحريضي الكلي.

$$B = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{N}{L} \int_{\theta_2}^{\theta_1} \sin\alpha \, d\alpha =$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{N}{L} \left[\cos\theta_1 - \cos\theta_2 \right]$$

وفي حال كون الملف طويلاً جداً، وأن النقطة P تقع داخل الوشيعة. تكون حدود التكامل $(\theta_1 = 0, \theta_2 = \pi)$ وبالتالي.

$$B = \frac{\mu_0 I}{L} N = \mu_0 n I .$$

مدرس المقرر.

د. [illegible]

Scanned by CamScanner